

ЕКЗАМЕН З МАТЕМАТИКИ.

Усі вступні випробування проводяться на основі програм вступних випробувань із предметів, що відповідають навчальним програмам з відповідних предметів (алгебра, геометрія) загальноосвітніх навчальних закладів.

При підготовці до вступу у Вінницький технічний коледж тобі допоможе програма з математики.

Почни з розділу «Арифметика». Перш за все вивчи залежність між компонентами і далі за темами. Зверни увагу на дії зі звичайними дробами, адже за правилами арифметичних дій над ними виконуються правила і з алгебраїчними дробами:

$$a^2 \cdot \frac{2m}{7ab} = \frac{a^2 \cdot 2m}{7ab} = \frac{a \cdot a \cdot 2m}{7ab} = \frac{2am}{7b}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 a = 1 + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{\cos^2 a}{\cos^2 a} + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{\cos^2 a + \sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{\cos^2 a}$$

$$\frac{14}{18} = \frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{2m^2 + 5mn}{m^6} = \frac{m(2m + 5n)}{m^6} = \frac{2m + 5n}{m^5}$$

Скорочуємо дріб тільки на спільний множник!

Навчись вільно розв'язувати квадратні рівняння за допомогою оберненої теореми Вієта:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

Через весь курс математики, вищої математики проходять формули скороченого множення. Вивчи і запам'ятай їх, і вмій розрізняти їх у прикладах, навчись виділяти повний квадрат:

$$a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{-1} + \frac{1}{4b^2} = \left(a^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2b}\right)^2$$

$$x^2 + 6x - 3 = (x^2 + 2x \cdot 3 + 9) - 9 - 3 = (x+3)^2 - 12$$

Заслуговує на увагу тема „Стандартний запис числа”. В фізиці, в інженерній практиці константи записують тільки в стандартному вигляді: наприклад $0,00028 = 2,8 \cdot 10^{-4}$.

При повторенні геометрії добре вивчи геометрію трикутника: медіани, бісектриси, висоти, значення точок їх перетину, центр описаного та вписаного кіл навколо трикутника; вивчи залежність між сторонами і кутами в прямокутному трикутнику; умій користуватись теоремами Піфагора і Фалеса ...

Екзаменаційний білет складається з одного теоретичного питання, яке береться з II частини програми, і двох практичних завдань (з алгебри і геометрії). Це можуть бути і приклади, і задачі.

Тому при підготовці до екзаменів потрібно вивчити не тільки теоретичні положення, а й вміти розв'язувати на відповідні правила задачі і приклади.

ПРОГРАМА З МАТЕМАТИКИ НА БАЗІ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

Програма з математики для вступників до вищих навчальних закладів I та II рівнів акредитації у 2007 р. складається з трьох розділів. Перший з них містить перелік основних понять і фактів алгебри і геометрії, що їх повинні знати вступники; другий - теореми і формули, які треба вміти доводити. Зміст теоретичної частини іспитів визначається останнім розділом. У третьому розділі перелічено основні математичні вміння і навички, якими має володіти вступник.

На іспиті з математики вступник до вищого навчального закладу I та II рівнів акредитації повинен показати:

- а) чітке знання математичних означень і теорем, основних формул арифметики, алгебри і геометрії, вміння доводити теореми і виводити формули;
- б) вміння висловлювати математичну думку усно та в письмовій формі;
- в) впевнене володіння вміннями і навичками, передбаченими програмою, вміння застосовувати їх при розв'язанні задач.

1. Основні математичні поняття і факти

Арифметика і алгебра

1. Натуральні числа і нуль. Прості і складені числа. Дільник, кратне. Найбільший спільний дільник. Найменше спільне кратне.

Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10.

2. Цілі числа. Раціональні числа їх додавання, віднімання, множення, ділення. Порівняння раціональних чисел.

3. Дійсні числа, їх запис у вигляді десяткового дробу.

4. Десяткові дробі. Читання та запис десяткових дробів. Порівняння десяткових дробів. Додавання, віднімання, множення і ділення десяткових дробів. Наближене значення числа. Округлення чисел. Відсоток. Основні задачі на відсотки.

5. Додатні і від'ємні числа. Протилежні числа. Модуль числа, його геометричний зміст. Порівняння додатних і від'ємних чисел. Додавання, віднімання, множення і ділень додатних і від'ємних чисел.

6. Поняття про число як результат вимірювань. Раціональні числа. Запис раціональних чисел у вигляді десяткових дробів.

Властивості арифметичних дій.

7. Числові вирази. Застосування букв для запису виразів. Числове значення буквених виразів. Обчислення за формулами.

Перетворення виразів: розкриття дужок, зведення подібних доданків.

8. Поняття про пряму пропорційну залежність між величинами. Пропорції. Основна властивість пропорції. Розв'язування задач за допомогою пропорцій.

9. Зображення чисел на прямій. Координата точки на прямій.

Формула відстані між двома точками із заданими координатами.

10. Прямокутна система координат на площині, точки на площині. Координати (абсциса і ордината). Формула відстані між двома точками площини, заданими координатами.

11. Ірраціональні числа. Дійсні числа. Числові нерівності та їхні властивості.

Почленне додавання та множення числових нерівностей.

12. Вимірювання величин.

13. Одночлен. Піднесення одночлена до степеня.

14. Многочлен. Степінь многочлена. Додавання, віднімання і множення многочленів. Розкладання многочлена на множники.

15. Формули скороченого множення. Застосування формул скороченого множення для розкладання многочлена на множники.

16. Квадратний тричлен. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.

17. Алгебраїчний дріб. Основна властивість дроби. Скорочення алгебраїчних дробів. Додавання, віднімання, множення та ділення алгебраїчних дробів. Тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів.

18. Степінь з натуральним показником і його властивості. Степінь з цілим показником і його властивості. Стандартний вигляд числа. Перетворення виразів із степенями.

19. Квадратний корінь. Арифметичний квадратний корінь. Властивості квадратних коренів. Наближене значення квадратного кореня.

20. Арифметична та геометрична прогресії. Формули n -го члена та суми n перших членів прогресій.

21. Рівняння. Корені рівняння. Лінійні рівняння з однією змінною. Квадратне рівняння. Формули коренів квадратного рівняння. Розв'язування раціональних рівнянь.

22. Системи рівнянь. Розв'язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними та його геометрична інтерпретація. Розв'язування найпростіших систем, одне рівняння яких першого, а друге - другого степеня. Розв'язування текстових задач за допомогою складання рівнянь, систем рівнянь.

23. Лінійна нерівність з однією змінною. Система лінійних нерівностей з однією змінною. Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною.

24. Функції. Область визначення і область значень функції. Способи задання функції. Графік функції.

25. Функції:

$$y = kx + b; y = kx; y = x^2; y = k/x;$$

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0; y = \sqrt{x}.$$

Їхні властивості і графіки.

Геометрія

1. Початкові поняття планіметрії. Геометричні фігури. Поняття про аксіоми і теореми. Поняття про обернену теорему.

2. Суміжні і вертикальні кути та їхні властивості. Паралельні прямі і прямі, що перетинаються. Ознаки паралельності прямих. Перпендикулярні прямі. Теореми про паралельність і перпендикулярність прямих.

3. Трикутник. Властивості рівнобедреного трикутника. Сума кутів трикутника. Теорема Піфагора та наслідки з неї.

4. Паралелограм та його властивості. Ознаки паралелограма. Прямокутник, ромб, квадрат та їхні властивості. Трапеція та її властивості. Правильні многокутники.
5. Коло і круг. Дотична до кола та її властивості.
6. Властивості серединного перпендикуляра до відрізка. Коло, описане навколо трикутника. Властивості бісектриси кута. Коло, вписане в трикутник.
7. Поняття про рівність фігур. Ознаки рівності трикутників.
8. Поняття про подібність фігур. Ознаки подібності трикутників (без доведення).
9. Осьова і центральна симетрії; поворот, паралельне перенесення. Приклади фігур, що мають симетрію.
10. Основні задачі на побудову за допомогою циркуля і лінійки.
11. Довжина відрізка та її властивості. Відстань між точками. Відстань від точки до прямої.
12. Величина кута та її властивості. Вимірювання вписаних кутів.
13. Довжина кола. Довжина дуги. Число n .
14. Поняття про площі, основні властивості площ. Площа прямокутника, трикутника, паралелограма, трапеції. Відношення площ подібних фігур. Площа круга та його частин.
15. Синус, косинус і тангенс кута.
16. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника. Теореми синусів і косинусів.
Розв'язування трикутників.
17. Прямокутна система координат на площині. Формула відстані між двома точками площини, заданими координатами. Рівняння прямої і кола.
18. Вектор. Довжина і напрям вектора. Кут між векторами. Колінеарні вектори. Сума векторів та її властивості. Добуток вектора на число та його властивості. Координати вектора.

2. Основні теореми і формули

Алгебра

1. Формула n -го члена арифметичної і геометричної прогресій.
2. Формула n перших членів арифметичної і геометричної прогресій.
3. Функція $y = kx$, її властивості і графік.
4. Функція $y = k/x$, її властивості і графік.
5. Функція $y = kx + b$, її властивості і графік.
6. Функція $y = x^2$, її властивості і графік.
7. Функція $y = \sqrt{x}$, її властивості і графік.
8. Функція $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, її властивості і графік.
9. Формули коренів квадратного рівняння.
10. Запис квадратного тричлена у вигляді добутку лінійних множників.
11. Формули скороченого множення:
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
12. Розв'язування лінійних рівнянь і таких, що зводяться до лінійних.
13. Розв'язування лінійних нерівностей і систем лінійних нерівностей.

14. Розв'язування систем двох лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Геометрія

1. Властивості рівнобедреного трикутника.
2. Властивості бісектриси кута.
3. Ознаки паралельності прямих.
4. Теорема про суму кутів трикутника.
5. Властивості паралелограма і його діагоналей.
6. Ознаки рівності, подібності трикутників.
7. Властивості прямокутника, ромба, квадрата.
8. Коло, вписане в трикутник, і коло, описане навколо трикутника.
9. Теорема про кут, вписаний в коло.
10. Властивості дотичної до кола.
11. Теорема Піфагора та наслідки з неї.
12. Значення синуса та косинуса кутів 0° , 30° , 45° , 60° , 90° .
13. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.
14. Сума векторів та її властивості.
15. Формули площ паралелограма, трикутника, трапеції.
16. Рівняння кола.

3. Основні вміння і навички

Вступник повинен:

1. Впевнено володіти обчислювальними навичками при виконанні дій з раціональними числами (натуральними, цілими, звичайними і десятковими дробами).
2. Уміти виконувати тотожні перетворення основних алгебраїчних виразів (многочленів, дробово-раціональних виразів, які містять степені і корені), тригонометричних виразів.
3. Уміти розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи першого і другого степенів і ті, що зводяться до них, а також розв'язувати задачі за допомогою рівнянь та їх систем.
4. Уміти будувати графіки функцій, передбачених програмою.
5. Уміти зображати геометричні фігури і виконувати найпростіші побудови на площині.
6. Володіти навичками вимірювання і обчислення довжин, кутів і площ, які використовуються для розв'язання різних практичних задач.
7. Уміти застосовувати властивості геометричних фігур при розв'язуванні задач на обчислення та доведення.

ЗРАЗКИ**екзаменаційних білетів з математики (на базі 9-ти класів)****Білет №1**

1. Розв'язування лінійних рівнянь.
2. Сторона ромба дорівнює 10 см, а одна діагональ дорівнює 16 см. Знайти площу ромба.
3. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-4}$

Білет №2

1. Ознаки паралельних прямих.
2. Спростити вираз: $\left(1 - \frac{1}{b-1} + \frac{1}{b+1}\right) \div \frac{1}{1-b^2}$
3. Висота правильного трикутника дорівнює $10\sqrt{3}$ см. Знайти периметр і площу трикутника.

Білет №3

1. Формули коренів квадратного рівняння.
2. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 60 см, а його основа відноситься до бічної сторони як 6:7. Знайти сторони та площу трикутника.
3. Знайти суму нескінченної спадної геометричної прогресії; містить чотири члени: $1; 4; \frac{4}{3}; \frac{4}{9};$

Білет №4

1. Функція $y = \frac{k}{x}$, її властивості і графік.
2. Менша діагональ ромба дорівнює 30 см. Перпендикуляр, проведений з вершини тупого кута ділить сторону ромба на відрізки, різниця між якими дорівнює 11 см. Знайти висоту ромба.

3. Знайти область визначення функції: $y = \frac{3}{\sqrt{9-x}} - \frac{5}{x}$

Білет № 5

1. Функція $y = x^m$, її властивості і графік.
2. Бісектриса тупого кута паралелограма, який дорівнює 120° , ділить сторону на відрізки 24 см і 16 см, починаючи від вершини гострого кута. Знайти відрізки, на які ділить бісектриса більшу діагональ паралелограма.
3. Розв'язати нерівність:
$$\frac{x^3 - 7x^2 + 10x}{9 - x^2} \geq 0$$

Білет №6

1. Рівняння кола.
2. Довести:
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} + \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos^2 \alpha$$
3. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 30. Якщо від першого числа відняти „5”, від другого „4”, а третє залишити без зміни, то отримані числа утворять геометричну прогресію. Знайдіть ці числа.

Зразок правильної відповіді Білет № 7

1. Запис квадратного тричлена у вигляді добутку лінійних множників

2. Спростити вираз: $\frac{x^5 + x^4 + x^2 + x + 1}{x^6 - 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x - 2}$

3. Обчислити: $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$, якщо $\operatorname{tg} x = 3$

Відповідь:

1. Запис квадратичного тричлена у вигляді добутку лінійних множників

Означення: Квадратним тричленом називається многочлен виду $ax^2 + bx + c$, де x - змінна; a, b, c - деякі числа, причому $a \neq 0$.

Означення: Коренем квадратного тричлена називають значення змінної, при якому значення цього тричлена дорівнює нулю.

Теорема: Якщо x_1 та x_2 - корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Доведення.

1. Винесемо a за дужки: $ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{c}{a}\right)$

2. Корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ є також коренями квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. З оберненої теореми Вієта маємо:

$$x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2), \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{тому що}$$

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a\left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{c}{a}\right) = a(x^2 + (-(x_1 + x_2))x + x_1 \cdot x_2) = a(x^2 - x_1x - x_2x + x_1 \cdot x_2) = \\ &= a(x(x - x_1) + x_2(x - x_1)) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2), \text{ отже} \end{aligned}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Відповідь на перше питання закінчена.

2. Спростити вираз:

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^6 - 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x - 2} = \frac{(x^5 + x^4) + (x^3 + x^2) + (x + 1)}{(x^2)^3 - 1} - \frac{x + 2}{(x - 1)(x + 2)} =$$

$$= \frac{x^4(x + 1) + x^2(x + 1) + (x + 1)}{(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)} - \frac{1}{x - 1} = \frac{(x + 1)(x^4 + x^2 + 1)}{(x + 1)(x - 1)(x^4 + x^2 + 1)} - \frac{1}{x - 1} = \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x - 1} = 0$$

Відповідь : 0.

3. Обчислити: $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$, якщо $\operatorname{tg} x = 3$

Розв'язування: Поділимо кожен член чисельника і знаменника на $\cos x$, отримаємо:

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\cos x}} = \frac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = \frac{3 + 1}{3 - 1} = 2$$

Відповідь : 2.